« Combien de pas à zéro, 5P-11PO »

Fichier : sm07_xpasazero_5p11po.pdf

Fiche de présentation

Titre de l'activité	Combien de pas à zéro
Sous-titre	Travailler ou retravailler les propriétés des nombres entiers
Degré(s) concerné(s)	5P-11PO (voir sous prolongements)
Durée estimée	3 périodes
Résumé	En un minimum de pas, ramener un nombre à zéro en utilisant les quatre opérations de base appliquées aux nombres de 1 à 9 seulement.
Contexte d'usage de la calculatrice	RECHERCHER APPROFONDIR
Contenus et compétences mathématiques visées	Divisibilité Nombres premiers Décomposition d'un nombre entier en facteurs premiers.
Prérequis	Multiplication
Lien(s) avec les plans d'études et moyens d'enseignement	OA : Lire, écrire, décomposer des nombres entiers PE : Traduire les calculs en écritures multiplicatives et divisives Calcul réfléchi Répertoires mémorisés ME. 5 P Thème 5 : « *Multiples et Diviseurs* » et Thème 6 : « *Division dans N* » 6 P Thème 4 : « *Multiples et Diviseurs* » 789CO Nombres et Opérations: « *Décomposition en facteurs premiers, diviseurs, multiples, critères* » Usage de la calculatrice CO & PO Apprentissage du raisonnement.
Mots-clé	Calcul, multiplication, diviseurs, nombres premiers.
Source	Williams, D., & Stephens, M. (1992). Activity 1: Five steps to zero. In J. T. Fey (Ed.), *Calculators in mathematics education* (pp. 233-234). Reston VA: NCTM. Présentation d'une expérimentation dans Kieran, C., & Guzman, J. (2007). Interaction entre calculatrice, technique et théorie : émergence des structures numériques chez des élèves de 12 à 15 ans... In R. Floris & F. Conne (Eds.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*. Bruxelles: De Boeck.

Énoncé élève : 3 pas à zéros

Prends n'importe quel nombre entier entre 19 et 99 et essaie de le ramener à zéro en trois pas ou moins, en utilisant seulement les nombres 1 à 9 et les quatre opérations de base +, -, x ÷. Le même nombre peut être utilisé plusieurs fois, mais tu dois écrire seulement une opération par ligne (exemple ci-contre, en partant de 67).

67-3	64
64 :8	8
8-8	0

Est-ce toujours possible ?

Quelles sont les meilleures stratégies pour ramener des nombres à zéro ?

Énonce les découvertes que tu as faites.

Commentaires pour le maître

activité *Combien de pas à zéro, 5P-11PO)*

<table>
<tr>
<td>Analyse à priori de l'activité
(enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)</td>
<td>
<u>Intentions</u>
Développer l'utilisation en situation des propriétés multiplicatives et divisives des nombres naturels.

<u>Démarches possibles</u>
- recherche au hasard ou systématique en essayant de diviser par les nombres de 1 à 9 (à la calculatrice) ;
- exploiter les critères de divisibilité connus ;
- ajouter ou soustraire un nombre pour obtenir un multiple d'un nombre de 2 à 9 ;
- essayer des produits de 2 ou 3 nombres inférieurs à 10 en se rapprochant du nombre de départ choisi.
- utiliser la décomposition des nombres en produits de nombres premiers.

<u>Difficultés</u>
Les élèves peuvent en rester à des recherches au hasard. Une organisation en groupes avec une seule calculatrice par groupe peut favoriser la formulation entre élèves.
L'utilisation d'une calculatrice à plusieurs lignes (par ex. TI-82 ou TI-83)[1] et d'une tablette de rétro-projection peut aussi favoriser la découverte des propriétés sous-jacentes.

<u>Relances</u>
- Prends le nombre 72 et écris plusieurs façons différentes d'arriver à zéro, en essayant d'utiliser le moins de pas possible.
- Prends le nombre 79 et écris plusieurs façons différentes d'arriver à zéro, en essayant d'utiliser le moins de pas possible.
- Voici ce qu'un autre élève a proposé comme façon de ramener 54 à zéro : 54/2 = 27; 27/3 = 9; 9-9 = 0. Montre une autre façon en utilisant moins de pas. Explique ta stratégie. Crois-tu que cette stratégie marchera toujours? Pourquoi?
- Peut-on ramener 91 en trois pas à zéro ? Et 92 ?
<u>Mises en commun</u>
Il peut être intéressant de demander aux élèves ou aux groupes d'élèves de proposer à la classe des nombres 'défis' durs à mettre à zéros.
Lors de la mise en commun, les élèves comparent les différentes solutions trouvées, expriment et comparent leurs démarches, rapportent les observations et constats qu'ils ont
</td>
</tr>
</table>

[1] Prêts de courte durée possibles chez certains constructeurs, par exemple : education.ti.com/educationportal/sites/SUISSE/nonProductMulti/enseignants_services_servicesf.html?bid=5

	faits. Ils peuvent élaborer des raisonnements validant les propriétés constatées (cf synthèse). C'est aussi l'occasion de discuter de : - multiples, diviseurs, critères de divisibilité - nombres premiers. Variables didactiques Les stratégies varient en fonction des relances proposées et des connaissances des élèves sur les critères de divisibilité.
Proposition(s) de déroulement	Après une période de travail individuel (15-20 minutes), former des groupes. Des mises en commun intermédiaires sont nécessaires afin de favoriser la formulation de règles. Les élèves poursuivent leur travail en notant leurs résultats. La mise en commun finale porte sur les observations faites par les élèves, leur validation ou non, et l'institutionnalisation de certains termes.
Prolongements possibles (au CO et PO) ***Dans tous les cas il est conseillé de commencer par le premier énoncé élève, même au PO.*** ***Voir relances possibles dans le tableau plus bas.***	Quels sont tous les nombres que l'on peut ramener à zéro en trois pas ou moins ? Pourquoi ? -- Prends n'importe quel nombre entier entre 19 et 499 et essaie de le ramener à zéro en quatre pas ou moins, en utilisant seulement les nombres 1 à 9 et les quatre opérations de base +, -, x ÷. Quels sont tous les nombres que l'on peut ramener à zéro en quatre pas ou moins ? Pourquoi ? -- Prends n'importe quel nombre entier entre 19 et 999 et essaie de le ramener à zéro en cinq pas ou moins, en utilisant seulement les nombres 1 à 9 et les quatre opérations de base +, -, x ÷. Quels sont tous les nombres que l'on peut ramener à zéro en cinq pas ou moins ? Pourquoi ?
Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, …)	Voir Kieran, C., & Guzman, J. (2007). Interaction entre calculatrice, technique et théorie : émergence des structures numériques chez des élèves de 12 à 15 ans... In R. Floris & F. Conne (Eds.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*. Bruxelles: De Boeck.
Productions d'élèves	Idem.

Éléments pour la synthèse

A utiliser et reformuler selon les découvertes des élèves.

Pour les nombres produits de deux nombres à un chiffre il est facile de se rendre compte qu'on peut les ramener à zéro en deux pas : par exemple 72 :9 = 8 ; 8-8 = 0. Pour les autres nombres, ajouter ou soustraire d'abord un nombre à un chiffre afin d'atteindre un de ces nombres : 90-9 = 81 ; 81 :9=9 ; 9-9 = 0. Il y a bien sûr d'autres possibilités comme 90 :9 = 10 ; 10-1=9 ; 9-9 = 0.

Ainsi, on peut en tout cas ramener à zéro tous les nombres de 1 à 90 en trois pas ou moins. Qu'en est-il de 91 ? Oui, en divisant par 7 d'abord. Par contre 92 = 4x23 donc 92 :4=23 ; à partir de 23 trois pas sont obligatoires, par exemple 23-9=14 ; 14-5=9; 9-9=0. On peut essayer d'ajouter ou soustraire à 92 un nombre à un chiffre. Mais dans l'intervalle entre 92-9 et 92+9 il n'y a pas de produit de deux nombres à un chiffre, il faudra donc de toute façon effectuer 4 étapes au moins : ajouter ou soustraire un nombre à un chiffre, diviser, on obtiendra un nombre à deux chiffres et il faudra donc encore deux autres pas. Par exemple : 92+4 = 96 ; 96 :8 = 12 ; 12-3 = 9 ; 9-9=0.

<u>En quatre pas :</u>

Pour les prolongements, il est clair que l'on peut ramener à zéro en trois pas tous les nombres produits de trois nombres à un chiffre, par ex. 392 = 7x7x8 en divisant par 7 deux fois et en soustrayant 8. Par conséquent on peut ramener à zéro en quatre pas tous les nombres qui sont dans un intervalle n-9 à n+9 d'un nombre n produit de trois nombres à un chiffre. Y a-t-il d'autres nombres que l'on peut ramener à zéro en quatre pas ?

851 et 853 ont besoin de six pas pour le faire, 851 étant le produit de deux nombres premiers 23 et 37, et 853 étant lui-même premier. Tous les nombres dans un intervalle de 9 des deux côtés de ces deux nombres ont besoin de cinq pas pour être ramenés à zéro : six pas sont donc nécessaires pour ces deux nombres.

La décomposition des nombres en produits de nombres premiers est donc un outil mathématique important pour aller plus loin. Une calculatrice ou un logiciel de calcul symbolique est ici très utile (instruction de type *factor* ou encore : wims.unice.fr/wims et choisir *factoris.* Il est également possible de télécharger dans les ressources enseignants du site de la semaine des maths une table des facteurs premiers des nombres de 1 à 999.

Relance/guidage au CO et au PO

1. Prends le nombre 144 et écris plusieurs façons différentes d'arriver à zéro, en essayant d'utiliser le moins de pas possible.
2. Prends le nombre 151 et écris plusieurs façons différentes d'arriver à zéro, en essayant d'utiliser le moins de pas possible.
3. Prends le nombre 732 et écris plusieurs façons différentes d'arriver à zéro, en essayant d'utiliser le moins de pas possible.
4. Décris les stratégies que tu utilises pour réduire le nombre de pas à prendre.
5. Voici ce qu'un autre élève a proposé comme façon de ramener 432 à zéro : 432/2 = 216; 216/2 = 108; 108/2 = 54; 54/3 = 18; 18/3 = 6; 6-6 = 0. Montre une autre façon en utilisant moins de pas. Explique ta stratégie. Crois-tu que cette stratégie marchera toujours? Pourquoi?
6. Voici une stratégie proposée par un autre élève pour ramener 731 à zéro : 731+7 = 738; 738/9 = 82; 82-1 = 81; 81/9 = 9; 9-9= 0. Montre une autre façon en utilisant moins de pas. Explique ta stratégie.
7. Le nombre 266 a comme diviseurs 2, 7 et 19. Autrement dit, 266 = 2 x 7 x 19. Quelle sera la meilleure stratégie pour ramener 266 à zéro? Pourquoi? Explique pourquoi ta stratégie est la meilleure.
8. Voici ce qu'un élève a proposé pour ramener 499 à zéro : 499+1 = 500; 500/5 = 100; 100/5 = 20; 20/5 = 4; 4-4 = 0. Montre une autre façon avec moins de pas. Explique ta stratégie.
9. Quelles sont les meilleures stratégies pour ramener des nombres à zéro?