

Activité 13 « Un produit à 19 chiffres»³⁵

Fiche de présentation	
Titre de l'activité	Un produit à 19 chiffres
Sous-titre	Application et compréhension de l'algorithme de la multiplication
Degrés concernés	8CO
Durée estimée	Devoir à la maison – 30 minutes pour corriger
Résumé	Dans une calculatrice on peut introduire deux nombres ayant beaucoup de chiffres, mais le produit de ces nombres ne sera pas exact, si le nombre de ses chiffres est trop grand. Cet exercice utilise la distributivité pour calculer la valeur exacte ; la calculatrice peut exécuter des produits de nombres jusqu'à 5 chiffres, ici on lui fera exécuter des produits de nombres à 3 chiffres !
Contexte d'usage de la calculatrice	APPROFONDIR
Contenus et compétences mathématiques visés	Distributivité Calcul avec des puissances de dix Algorithme de la multiplication (Minutie et persévérance lors d'un travail mathématique)
Prérequis	
Extrait(s) du plan d'études	NO 8 : « Multiplier des nombres en écriture scientifique » NO 8 : « Appliquer la distributivité pour développer ... »
Lien(s) avec les moyens d'enseignement	
Mots-clés	distributivité, multiplication, puissance, algorithme,
Source	APMEP

³⁵ Énoncé n°II_66 de la liste complète des activités proposées en 7.4

Énoncé du devoir élève (activité 13)

Dans le livre Le pays d'esprit de Robert F. Young, auteur américain de science fiction, on peut lire le passage suivant :

Mercy se pencha en avant et l'observa avec attention.

"Si cela peut vous faciliter les choses, Mr. Carpenter", dit-elle, "je peux faire des calculs simples comme ceux que vous faites en ce moment. Par exemple :

828 464 280 multipliés par 4 692 438 921 donnent 3 887 518 032 130 241 880."

L'objet de ce devoir est de vérifier ce calcul, en utilisant vos connaissances de mathématiques et votre calculatrice.

- 1) On peut bien sûr poser l'opération, tailler son crayon et se retrousser les manches. Qui est-ce qui se lance ?
- 2) Tout d'abord, constatez qu'il est naïf de tenter le calcul directement avec une calculatrice. Pourquoi ?
- 3) Il faut donc travailler avec des nombres plus petits pour que l'affichage de la calculatrice soit exact. Nous allons pour cela décomposer les nombres et utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition.
- 4) En décomposant le premier facteur en unités, milliers et millions, (sous la forme $a \times 10^6 + b \times 10^3 + c$), on obtient $828\ 464\ 280 = (828 \times 10^6) + (464 \times 10^3) + (280)$. Ce nombre, multiplié par 4 692 438 921, donne en développant une somme de 3 termes. Écrivez-la.
- 5) Décomposez de même le deuxième facteur (cette fois, il faut aller jusqu'aux milliards (10^9), et il y a donc 4 termes).
- 6) Quand on développe finalement l'expression obtenue au 4, on obtient une somme de douze termes, tous calculables à la calculatrice puisqu'il s'agit de produits d'entiers de 3 chiffres maximum. Pour faciliter le travail, on écrit les calculs dans un tableau où on a placé les chiffres par groupes de 6. A vous de le compléter!
- 7) Ensuite, il n'y a plus qu'à faire la somme de tous ces termes, ce qui est assez facile car il y a beaucoup de zéros. C'est ce qu'on fait dans la suite du tableau.
- 8) Attention! Chaque colonne ne peut contenir que 6 chiffres maximum. Si on dépasse 6 chiffres, (ce qui peut arriver quand on fait la somme des colonnes A, B, C et D), les chiffres supplémentaires doivent être écrits dans la colonne immédiatement à gauche : c'est ce qu'on appelle une retenue.
- 9) Pour conclure, on vous demande de recommencer ce travail avec 2 autres nombres, choisis par vous. Le premier nombre aura 9 chiffres et le deuxième 11 chiffres.
- 10) Décomposez chacun des deux nombres en unités, milliers, millions, etc...
- 11) Tracez un tableau comme précédemment pour calculer les produits nécessaires.
- 12) Complétez le tableau à l'aide de votre calculatrice (il pourra être judicieux de travailler au crayon...)
- 13) Calculez (toujours à la calculatrice) la somme de chaque colonne (attention aux retenues!) pour obtenir le résultat final.
- 14) Nous vérifierons votre résultat en salle informatique quand vous rendrez le devoir.

Usages d'une calculatrice de poche dans un cours de mathématiques

	A					B					C					D							
	Trillions					Billions					Millions												
$828 \cdot 4 \cdot 10^{15}$									0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 692 \cdot 10^{12}$												0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 438 \cdot 10^9$															0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 921 \cdot 10^6$																		0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 4 \cdot 10^{12}$												0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 692 \cdot 10^9$															0	0	0	0	0	0	0	0	0
...																							
...																							
somme de D																							
somme de C																							
somme de B																							
somme de A																							

somme totale																							
--------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Corrigé détaillé (activité 13)

	A					B					C					D									
	Trillions					Billions					Millions														
$828 \cdot 4 \cdot 10^{15}$					3	3	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 692 \cdot 10^{12}$						5	7	2	9	7	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 438 \cdot 10^9$									3	6	2	6	6	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$828 \cdot 921 \cdot 10^6$											7	6	2	5	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 4 \cdot 10^{12}$								1	8	5	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 692 \cdot 10^9$									3	2	1	0	8	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 438 \cdot 10^6$											2	0	3	2	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$464 \cdot 921 \cdot 10^3$														4	2	7	3	4	4	0	0	0	0	0	
$280 \cdot 4 \cdot 10^9$											1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$280 \cdot 692 \cdot 10^6$											1	9	3	7	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$280 \cdot 438 \cdot 10^3$														1	2	2	6	4	0	0	0	0	0	0	
$280 \cdot 921$																	2	5	7	8	8	0			
somme de D																1	2	4	1	8	8	0			
somme de C											2	0	3	2	1	2	9								
somme de B						8	8	7	5	1	6														
somme de A					3																				
somme totale					3	8	8	7	5	1	8	0	3	2	1	3	0	2	4	1	8	8	0		

Commentaires (activité 13)

<p>Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)</p>	<p>Sous la forme proposée l'exercice est un devoir à la maison ; devant inventer un exemple l'élève devra fournir un travail personnel ! Il pourrait être demandé en classe (les élèves travaillant par groupe). Poser l'opération ne doit pas être dévalorisé : il serait amusant de savoir si la méthode recommandée par l'énoncé est plus rapide que la pose de l'opération. Les deux demandent ordre et rigueur dans l'exécution. L'intérêt de la distributivité est sa généralisation sous la forme d'un programme.</p>
<p>Proposition(s) de déroulement</p>	
<p>Prolongements possibles</p>	
<p>Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, ...)</p>	
<p>Productions d'élèves</p>	

Éléments pour la synthèse (activité 13)

Exercices de consolidation (activité 13)