

Activité 25 « Ouah la trigo ! »

Fiche de présentation	
Titre de l'activité	Ouah la trigo !
Sous-titre	Utiliser la trigonométrie dans des situations « réelles »
Degré(s) concerné(s)	11PO – toutes filières concernées par l'enseignement de la trigonométrie dans un triangle quelconque
Durée estimée	90 minutes pour un choix d'exercices
Résumé	Choix d'exercices tirés de situations « réelles » nécessitant l'utilisation de la trigonométrie
Type d'usage de la calculatrice	EXECUTER
Contenus mathématiques visés	Modélisation Exercer la trigonométrie dans un triangle quelconque
Prérequis	Trigonométrie dans un triangle quelconque Connaissance de l'utilisation des touches des fonctions trigonométriques avec la calculatrice
Mots-clé	Trigonométrie - modélisation
Source	Trigonométrie avec géométrie analytique, Swokowski et Cole, Ed. LEP Adaptation : Serge Picchione et Jean-Marie Delley

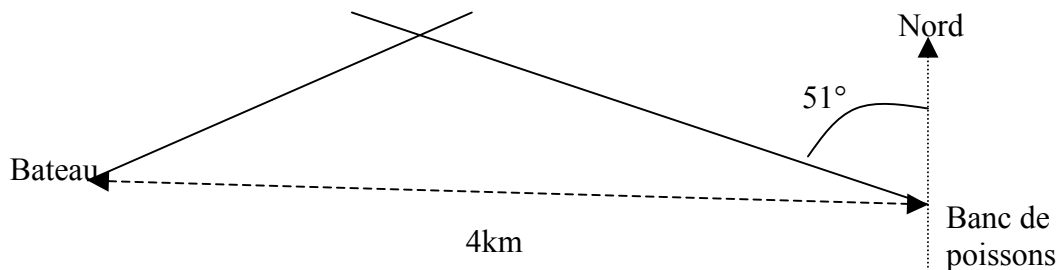
Énoncé élève (activité 25)

Exercices préparatoires : connaissance de la calculatrice en trigonométrie dans le triangle quelconque

1. Comment convertir un angle d'une mesure à l'autre (degré en radian ou radian en degré) ?
 1. Convertir 45° en radians
 2. Convertir $\pi/12$ en degrés
2. Calculer le sinus de 112 degrés et donner un résultat arrondi au millième
3. Calculer la tangente de $4\pi/3$ radians et donner un résultat arrondi au millième
4. Calculer l'angle compris entre 0 et 180 degrés dont le cosinus vaut 0.2015 et donner un résultat en degrés arrondi au dixième.
5. Calculer les angles compris entre 0 et 180 degrés dont le sinus vaut 0.54785. Donner un résultat en degrés arrondi au centième.

Énoncé 1

Un bateau de pêche industriel utilise un sonar pour détecter un banc de poissons à 4 km à l'est du bateau, qui se déplace en direction N51°W à la vitesse de 16 km/h .



- Si le bateau avance à une vitesse de 40 km/h, calculer à 0,1° près la direction à suivre pour intercepter le banc de poissons.
- Calculer le temps, à la minute près, qu'il faudra au bateau pour atteindre le banc de poissons.

Exercice 2

A l'origine, la Tour de Pise était perpendiculaire à la surface du sol et mesurait 54 m de haut. Comme elle s'enfonce dans le sol, elle penche maintenant d'un angle θ par rapport à la perpendiculaire. Lorsque le sommet de la tour est observé à partir d'un point distant à 45 m du centre de sa base, l'angle d'élevation est de 53,3°.

- Faire un schéma, puis calculer l'angle θ .
- Calculer la distance d qui exprime de combien le centre du sommet de la tour s'est éloigné de la perpendiculaire.

Exercice 3

Un enfant est prisonnier au fond du puits d'une mine, dont le couloir rectiligne mesure 13 m et forme un angle de 78° avec l'horizontale. Un tunnel de sauvetage rectiligne est creusé à 15 m de l'ouverture de la mine sur le sol.

- Faire un schéma, puis déterminer à quel angle θ le tunnel de sauvetage doit être creusé.
- Si on peut creuser le tunnel de sauvetage à la vitesse de 10 m/h, combien d'heures seront nécessaires pour atteindre l'enfant ?

Exercice 4

Un avion radar de reconnaissance P , volant à 3000 m au-dessus d'un point R à la surface de l'eau, détecte un sous-marin S (à la surface de l'eau) avec un angle de dépression de 37° et un bateau de ravitaillement T avec un angle de dépression de 21° . De plus, l'angle entre le sous-marin, l'avion et le bateau est mesuré à 110° .

Faire un schéma, puis calculer la distance entre le sous-marin et le bateau de ravitaillement.

Exercice 5

Les *pavés de Penrose* ont la forme de losanges $ABCD$, dont la longueur des côtés est 1 et dont un angle intérieur, BAD , mesure 72° . On situe un point P sur la diagonale $[AC]$, à une distance l du sommet C .

De ce point partent les deux segments de droite $[PB]$ et $[PD]$ rejoignant les deux autres sommets du losange. Les deux pavés ainsi formés sont appelés « fer de lance » (le plus petit) et « cerf-volant » (le plus grand). On utilise des composés analogues, mais en trois dimensions, en chimie moléculaire.

- a) Calculer les mesures en degrés des angles $\angle BPC$, $\angle APB$ et $\angle ABP$.
- b) Calculer la longueur du segment $[BP]$.
- c) Calculer l'aire d'un fer de lance et d'un cerf-volant.

Corrigé détaillé (activité 25)

1. Pour convertir un angle d'une unité dans une autre :

- choisir dans le menu $\boxed{2nd} \boxed{[DR]}$ l'unité d'arrivée
- introduire la valeur de l'angle et l'unité de départ à l'aide de la touche $\boxed{\circ''}$.

a) $\boxed{2nd} \boxed{[DR]} \downarrow \boxed{ENTER}$
choisir l'unité RADIAN

45 $\boxed{\circ''} \boxed{ENTER} \boxed{ENTER}$

Réponse : Pi/4

b) $\boxed{2nd} \boxed{[DR]} \boxed{ENTER}$
choisir l'unité DEGRE

$\boxed{\pi} \boxed{/} \boxed{12} \boxed{\circ''} \downarrow \downarrow \downarrow \boxed{ENTER} \boxed{ENTER}$

Réponse : 15

2. Être sûr qu'on est bien en unité DEGRE (si on est en radian, un petit *rad* est affiché en bas à droite de l'écran)

$\boxed{2nd} \boxed{[DR]} \boxed{ENTER}$

$\boxed{2nd} \boxed{[TRIG]} \boxed{ENTER} 112 \boxed{ENTER}$

Réponse : 0.927

Si on veut un arrondi par la machine :

$\boxed{2nd} \boxed{[MATH]} \downarrow \boxed{ENTER}$

choisir : round

$\boxed{2nd} \boxed{[ANS]} \boxed{2nd} \boxed{[,] } \boxed{3} \boxed{ENTER}$

réponse : 0.927

En un seul calcul avec l'arrondi :

$\boxed{2nd} \boxed{[MATH]} \downarrow \boxed{ENTER} \boxed{2nd} \boxed{[TRIG]} \boxed{ENTER} 112) \boxed{2nd} \boxed{[,] } \boxed{3} \boxed{ENTER}$

3. Être sûr qu'on est bien en unité RADIAN (si on est en radian, un petit *rad* est affiché en bas à droite de l'écran)

$\boxed{2nd} \boxed{[DR]} \downarrow \boxed{ENTER}$

En un seul calcul :

$\boxed{2nd} \boxed{[TRIG]} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \boxed{ENTER} 4 \boxed{\pi} \boxed{/} \boxed{3} \boxed{ENTER}$

Réponse : 1,732

Possible en un seul calcul avec l'arrondi comme précédemment.

4. Être sûr qu'on est bien en unité DEGRE (si on est en radian, un petit *rad* est affiché en bas à droite de l'écran)

$\boxed{2nd} \boxed{[DR]} \boxed{ENTER}$

$\boxed{2nd} \boxed{[TRIG]} \downarrow \downarrow \downarrow \boxed{ENTER} .2015 \boxed{ENTER}$

Usages d'une calculatrice de poche dans un cours de mathématiques

Réponse : 78,4 degrés

Possible en un seul calcul avec l'arrondi comme précédemment.

5. Être sûr qu'on est bien en unité DEGRE (si on est en radian, un petit *rad* est affiché en bas à droite de l'écran)

`[2nd] [DR] [ENTER]`

`[2nd] [TRIG] [D] [ENTER] . 54785 [ENTER]`

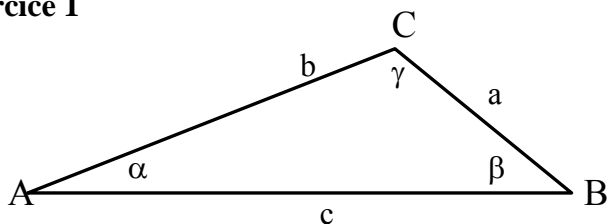
Réponse : 33,220 degrés

La calculatrice ne donne qu'une réponse ; il faut utiliser le cercle trigonométrique pour représenter la situation et donner l'autre solution :

$$180 - 33,220 = 146,780$$

Possible en un seul calcul avec l'arrondi comme précédemment.

Corrigé exercice 1



a) $\beta = 90 - 51 = 39^\circ$ et $c = 4$ km

Thm sinus : $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$, donc $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(39)}{b}$$

$$\Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{a}{b} \sin(39) \text{ équation (I)}$$

Soit t le temps (en heures) nécessaires au banc de poissons et au bateau pour atteindre le point C :

$b = 40t$ et $a = 16t$, donc $\frac{a}{b} = \frac{16t}{40t} = \frac{2}{5}$

dans l'équation (I) : $\sin(\alpha) = \frac{a}{b} \sin(39) = \frac{2}{5} \sin(39)$, donc $\alpha = \sin^{-1}(\frac{2}{5} \sin(39)) \cong 14,6^\circ$

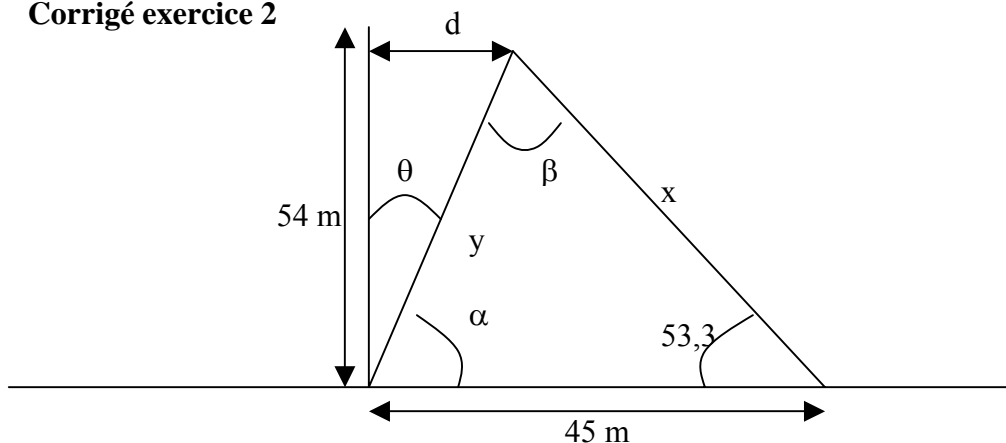
Comme $90 - 14,6 = 75,4$, la direction à prendre est N75,4°E

b) $\gamma = 180 - 39 - 14,4 = 126,4^\circ$

Thm sinus : $\frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c} \Leftrightarrow \frac{\sin(39)}{b} = \frac{\sin(126,4)}{4} \Leftrightarrow b = \frac{4 \sin(39)}{\sin(126,4)} \cong 3,12$ km

$t = \frac{b}{40} = \frac{3,12}{40} \cong 0,08\text{h} \cong 5$ min

Corrigé exercice 2



a) $y = 54\text{m}$

Usages d'une calculatrice de poche dans un cours de mathématiques

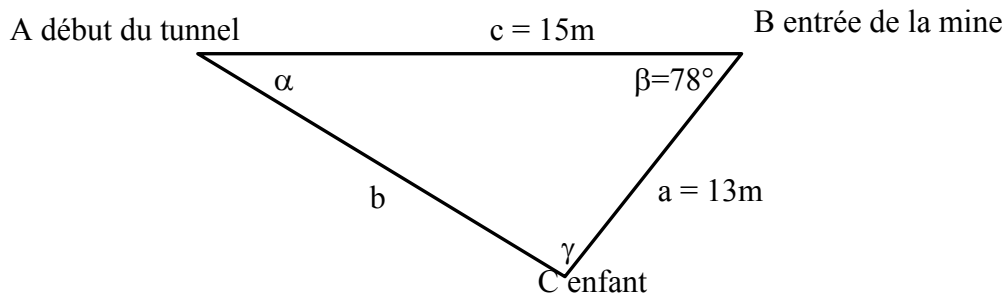
$$\begin{aligned} \text{Thm sinus : } \frac{\sin(53,3)}{c} &= \frac{\sin(\beta)}{45} \\ \Leftrightarrow \frac{\sin(53,3)}{54} &= \frac{\sin(\beta)}{45} \\ \Leftrightarrow \sin(\beta) &= \frac{45}{54} \sin(53,3) \\ \text{donc } \beta &= \sin^{-1}\left(\frac{45}{54} \sin(53,3)\right) \cong 41,92^\circ \end{aligned}$$

$$\alpha = 180 - 53,3 - 41,92 \cong 84,78^\circ$$

$$\theta = 90 - \alpha = 90 - 84,78 = 5,22^\circ$$

$$\text{b) } \sin(\theta) = \frac{d}{y} = \frac{d}{54} \Leftrightarrow d = 54 \sin(\theta) = 54 \sin(5,22) \cong 4,91 \text{ m}$$

Corrigé exercice 3



$$\text{Thm cosinus : } b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta) = 13^2 + 15^2 - 2 \cdot 13 \cdot 15 \cdot \cos(78) \cong 312,91,$$

$$\text{donc } b \cong 17,69 \text{ m}$$

La distance à creuser est d'environ 17,69 m.

$$\begin{aligned} \text{Thm sinus : } \frac{\sin(\beta)}{b} &= \frac{\sin(\alpha)}{a} \\ \Leftrightarrow \frac{\sin(78)}{17,69} &= \frac{\sin(\alpha)}{13} \\ \Leftrightarrow \sin(\alpha) &= \frac{13}{17,69} \sin(78) \\ \text{donc } \alpha &= \sin^{-1}\left(\frac{13}{17,69} \sin(78)\right) \cong 45,96^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Si on creuse à } 10 \text{ km/h : } 10 \text{ km/h} = \frac{10}{3,6} \text{ m/s}$$

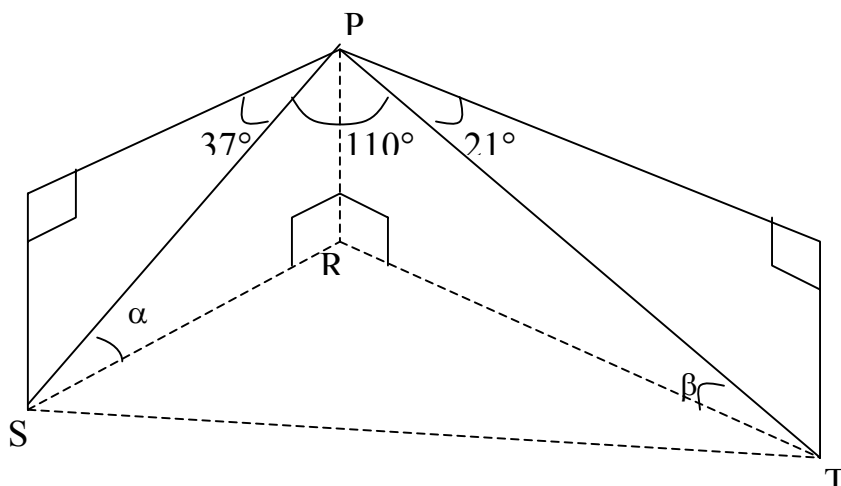
$$d = vt \Leftrightarrow 17,69 = \frac{10}{3,6} t \Leftrightarrow t = \frac{17,69 \cdot 3,6}{10} \cong 6,37 \text{ secondes}$$

Il faut creuser pendant environ 6,37 secondes.

Corrigé exercice 4

On cherche ST.

RP = 3000m, $\alpha = 37^\circ$ et $\beta = 21^\circ$



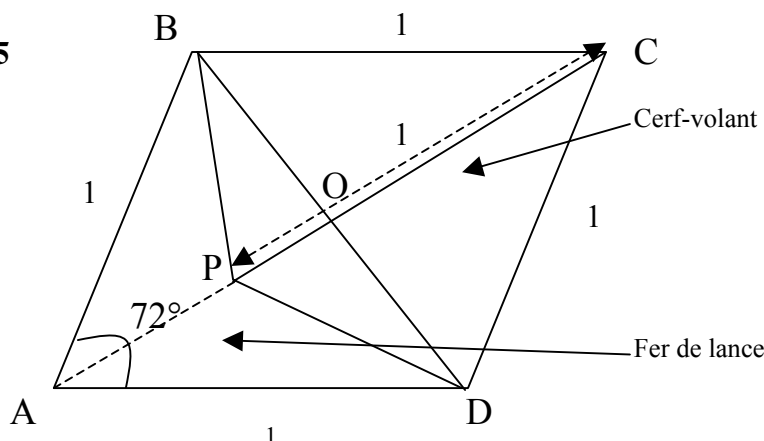
$$\sin(\alpha) = \frac{RP}{SP} \Leftrightarrow SP = \frac{RP}{\sin(\alpha)} = \frac{3000}{\sin(37)} \cong 4984,92 \text{ m}$$

$$\sin(\beta) = \frac{RP}{TP} \Leftrightarrow TP = \frac{RP}{\sin(\beta)} = \frac{3000}{\sin(21)} \cong 8371,84 \text{ m}$$

Thm cosinus : $ST^2 = SP^2 + TP^2 - 2 \cdot ST \cdot TP \cdot \cos(110) \cong 123484153,3 \text{ m}$, donc $b \cong 11112,3 \text{ m}$

La distance entre le bateau et le sous-marin est d'environ 11112,3 m.

Corrigé exercice 5



a) $\angle BAP = \angle PAD = \angle DCP = \angle PCB = 36^\circ$

Le triangle PCB est isocèle, donc les angles $\angle CBP$ et $\angle BPC$ sont égaux.

Par ailleurs : $\angle CBP + \angle BPC = 180 - \angle PCB = 180 - 36 = 144$, donc $\angle CBP = \angle BPC = 72^\circ$

$\angle APB = 180 - \angle BPC = 180 - 72 = 108^\circ$

Enfin : $\angle PBA = 180 - \angle APB - \angle BAP = 180 - 108 - 36 = 36^\circ$

b) Thm cos : $BP^2 = CP^2 + CB^2 - 2 \cdot CP \cdot CB \cdot \cos(36) = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(36) \cong 0,38$, donc $BP \cong 0,62$

c) $\angle BOC = 180 - \angle OCB - \angle CBO = 180 - \angle PCB - \angle CBD = 180 - 36 - 72 = 90^\circ$

$$\sin(36) = \frac{BO}{1} \Leftrightarrow BO \cong 0,59, \text{ donc } BD = 2BO \cong 1,18$$

Aire du cerf-volant : $A = \frac{BD \cdot PC}{2} = \frac{1,18 \cdot 1}{2} \cong 0,59$

Commentaires pour le maître (activité 25)

<p>Analyse à priori de l'activité (enjeux de l'activité, démarches possibles, difficultés, relances, mise en commun)</p>	<p>Travailler des exercices de modélisation amène un niveau de complexité supplémentaire pour les élèves, mais peut donner du sens au travail et permettre une meilleure représentation des outils mathématiques.</p>
<p>Proposition(s) de déroulement</p>	<p>Travail individuel, ou en binôme.</p> <p>Peut également se travailler par groupes :</p> <p>Énoncé élèves à travailler en groupes de 3-4, leur demander de réfléchir ensemble au problème posé et de rédiger en commun une acétate.</p> <p>Tirer au sort un élève par groupe pour présenter l'acétate du groupe à la classe.</p> <p>Discussion avec la classe</p> <p>Les énoncés peuvent être identiques ou différents pour chaque groupe.</p> <p>Après que tous les groupes aient présenté leurs résultats, le maître clarifie, hiérarchise, organise, amène les compléments théoriques et propose si nécessaire des exercices de consolidation</p>
<p>Prolongements possibles</p>	<p>Comment la calculatrice fait-elle pour calculer des sin-cos-tg ? On peut poser la question pour relever que ce n'est pas trivial ... Pour ce qui est des réponses à donner, on laissera au maître le choix d'en parler de façon informative ou pas selon le niveau et le degré d'intérêt de ses élèves.</p> <p>Contrairement à ce qui est souvent dit, ce n'est pas qu'une question de développements en série, voir http://www.trigofacile.com/maths/trigo/calcul/cordic/cordic.htm pour des explications détaillées.</p>
<p>Éventuels commentaires après les avoir testées (du maître, des élèves, ...)</p>	
<p>Productions d'élèves</p>	